

非黏性土泊松比试验研究

孙益振, 邵龙潭, 范志强, 田思磊

(大连理工大学 工程力学系工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024)

摘 要: 土体泊松比是反映土体侧向变形的重要参数, 但是目前的研究应用与模型参数的重要性不相符。通过基于局部变形测量的三轴试验, 分析了泊松比的变化规律: 在相同的成样方法和控制密度条件下, 同一种材料的颗粒排列组合结构基本类似, 在不同围压条件下的试样变形规律基本保持一致; 随主应力比的增加, 切线泊松比也随之增加, 建立泊松比与主应力比之间的关系更符合泊松比取值规律。

关 键 词: 泊松比; 三轴试验; 主应力比; 非黏性土

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

Experimental research on Poisson's ratio of sandy soil

SUN Yi-zhen, SHAO Long-tan, FAN Zhi-qiang, TIAN Si-lei

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Department of Engineering Mechanics,
Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: The Poisson's ratio of soil is a significant parameter which reflects the characteristics of soil lateral deformation. The importance of this mechanical property has not been appreciated as much as it deserves. The variation of Poisson's ratio is obtained through triaxial test based on local deformation measurement of soil specimen. Because the arrangement and combination structure of material particles are analogous under the same testing method and density, the variation of deformation law of specimen under different cell pressures is similar. The tangent Poisson's ratio of soil increases when the principal stress ratio increases. It is reasonable to establish the relationship between the Poisson's ratio and principal stress ratio.

Key words: Poisson's ratio; triaxial test; principal stress ratio; sandy soil

1 引 言

在岩土工程设计中, 土体泊松比是反映土体侧向变形的重要参数, 是土体应力应变关系研究中必须要考虑的参数, 在进行土体应力及变形分析时, 通常会被要求输入泊松比参数, 泊松比的取值影响着土体的强度和变形特征。在材料力学中对于泊松比的定义有比较清晰的论述^[1]: 在材料的比例极限内, 由均匀分布的轴向应力所引起的侧向应变与相应的轴向应变之比的绝对值, 当超过比例极限时, 泊松比随应力变化而变化, 实际上已不是泊松比, 此时若记录泊松比, 应指出测试应力值, 对于各向异性材料, 泊松比随施加应力的方向变化。在土力学中没有针对学科特点再给出更明确的定义, 仍然延用

了上述定义。在通过试验获得泊松比参数时, 也没有一个统一的标准, 比如通过何种试验、试样的形状、试样的尺寸、测量的应力应变范围和应力状态等, 试验得出泊松比的变化规律后如何应用到各种本构模型中, 这也是一个值得探讨的问题。

虽然其理论意义和实际应用价值很大, 但相对于其它弹性力学参数, 泊松比的研究程度最低。泊松比和其它本构模型参数一样, 在岩土工程数值分析中的取值是否合理对计算结果的准确合理性影响非常大, 但是在目前的数值分析中通常只把泊松比固定为某一近似数值或限定与某一很小范围内, 虽然这种近似取值不会使计算结果产生重大的错误, 但这显然与本参数的重要性不相符, 也与泊松比的定义相悖, 而且这种影响也在岩土工程应用中日益

显现。因此,关于土体泊松比的基础试验研究对岩土工程的应用非常重要。本文将通过对几种非黏性土的三轴试验探讨泊松比的变化规律。

2 泊松比研究方法及变化规律

Thomas Young 在 1807 年就提出了在棒材的拉伸和压缩试验中,在发生纵向变形的同时往往伴随着横向变形的产生^[2]。Simeon Denis Poisson 在 1829 年出版的论文中提出一个弹性常数的概念,也就是现在大家所熟知的泊松比^[3]。直到 1908 年 Grüneisen 首次利用单向拉伸试验直接测定试样纵向和横向变形的方 法来确定泊松比系数,更是历经百年之久^[4]。

泊松比参数是在弹性力学的范畴内提出的,对于各向同性弹性材料,描述弹性力学性质的参数中杨氏模量 E 、剪切模量 G 、体模量 K 之间的关系可以由泊松比 ν 来表示,表达式如下:

$$E/G = 2(1 + \nu) \quad (1)$$

$$E/K = 3(1 - 2\nu) \quad (2)$$

$$G/K = 1.5(1 - 2\nu)/(1 + \nu) \quad (3)$$

由于 G 、 K 皆不可为负值,因此 ν 的变化范围介于 -1 与 0.5 之间。对绝大多数岩石和金属材料而言, ν 介于 $0 \sim 0.5$ 之间,负的泊松比主要出现于泡沫材料和各向异性材料中^[5-6]。

虽然是这么一个看起来比较简单、取值范围也很小的参数,但从它的提出至今对它的研究也一直未中断过。即使是在弹性力学的范畴内,关于泊松比的定义、试验和取值在学术界也引起了广泛的讨论。

一般来讲,泊松比对平面弹性问题的应力分布没有影响,但是在三维应力条件下,泊松比的影响就会比较显著。对于各向异性的弹性材料,还可以定义多个方向不同的泊松比,以更好的表述材料的变形特性。

泊松比的最初提出和试验测试也都是针对固体杆件,虽然在土力学研究中土体泊松比的定义仍沿用针对固体材料的定义,但土体的结构和材料特性与其它固体的结构和材料特性存在着很大的差异,有着本质的区别,仍采用拉伸试件测量土体的泊松比实现起来比较困难,而且也不符合土体变形规律,即使在受压条件下测量土体的泊松比,也基本都是在有围压存在的条件下进行的。测定土体泊松比的方法目前主要有两类,即由实测轴向和径向应变来

计算的静力法与由实测波速来确定的动力法,两种方法实现的方式不同,精度和适用范围亦不同^[7]。

岩土工程中广泛应用的 Duncan-Chang 非线性弹性模型中泊松比是通过分析三轴压缩试验径向应变与轴向应变的关系求解,其计算值常偏大^[8],Duncan-Chang 模型在应用时,如果计算所得的 ν_t 大于 0.5 ,则采用 0.49 计算,这在应力水平不高时,计算误差不大,但在邻近破坏时,轴向应变不断增加,如果泊松比不等于 0.5 ,则体积应变也按比例增加,体积无限压缩,这显然是不可能的。所以在 Duncan-Chang 模型应用中有一些限制条件,适用于荷载不太大的条件(即不太接近破坏条件),不适用于密砂、严重超固结土,这些土体受荷容易发生剪胀,其它土在荷载较大的情况下也会发生剪胀,泊松比大于 0.5 ,其实泊松比大于 0.5 对应的情况是土体在受荷条件下发生体积膨胀。这是该模型固有的、不可逾越的缺陷,主要是由于它是建立在增量广义胡克定律基础上的变模量的弹性模型,受其理论基础的限制,它无法反映土的剪胀性。

在 1970 年 Duncan 发表的文章中就给出了一组密砂泊松比的试验结果^[9],如下图所示,各应力增量段的泊松比值通过体应变和轴向应变来计算(式(4)),计算得到的泊松比值的范围在 $0.11 \sim 0.65$,初时加载阶段随应力水平增加而增加,在大剪切应力条件下密砂出现了预期的剪胀现象,减载和再加载条件下的泊松比值范围在 $0.15 \sim 0.4$,减载阶段的泊松比大于再加载阶段的泊松比。对于松砂,应力水平对泊松比的影响比密砂要小。研究表明,仅用固定的泊松比值来反映砂土的变形特性显然是不可能的。

$$\nu = (\Delta \varepsilon_t - \Delta \varepsilon_v) / (2\Delta \varepsilon_t) \quad (4)$$

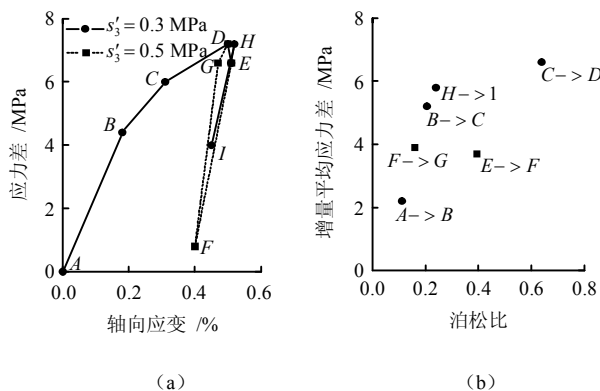


图1 密实硅砂泊松比

Fig.1 Poisson's ratio for dense silica sand

在《Soil Mechanics: SI version》中也给出了泊松比大于 0.5 的论述^[10]，并指出泊松比随应变而变化，只在三轴试验的初始阶段小于 0.5，在破坏阶段的应变范围内基本为一个大于 0.5 的常数，砂土的初次加载的起始阶段，泊松比基本在 0.1~0.2，在循环荷载阶段，泊松比大致保持在 0.3~0.4 范围内的一个常数。由于这种行为的特殊性，在任何问题中都能给出一个泊松比的准确值是非常困难的。

泊松比取值变化也反映在试样体积变化上，体积应变公式为 $\varepsilon_v = (2\nu - 1)\varepsilon_a$ ，当泊松比 $\nu < 0.5$ 时，试样体积收缩，反之，试样体积膨胀。多数有限元计算中不考虑泊松比小于 0 与大于 0.5 的情况，也就是说考虑双向体积收缩（轴向和径向变形同为缩小）和体积膨胀的情况，对于前一种情况，在真三轴试验中，即使中主应力增量 $\Delta\sigma_2$ 等于 0，中主应力方向上仍然可以产生压缩变形，反映在泊松比上，也就是有小于 0 的情况存在^[11]；对于体积膨胀的现象则比较普遍，松砂在大围压条件下和密砂的三轴试验中多数会出现这种情况。当泊松比小于 0 时，表明在加荷方向产生压缩变形，试样侧向变形不出现鼓出膨胀，反而收缩，从弹性力学的观点看这是不可能的，然而土体真三轴试验会出现这种现象^[11-12]。而在有限元计算中不考虑泊松比小于 0 和大于 0.5 的情况，这就与试验结果相矛盾，如果实际情况是变形只发生在小应变范围，没有出现加载体积膨胀的情况，计算时通常选用的泊松比基本符合试验结果，如果荷载很大，局部计算单元的应力水平很大时，泊松比的取值仍在 0.5 以下，计算结果是否合理也就值得商榷，在某些应力路径下，仅仅调整泊松比接近 0.5，有可能出现较大的误差，甚至导致严重错误^[13]。因此泊松比的定义应该先明确，计算中泊松比取为定值或人为的限定于一个范围是否合理，尚需进一步的研究。

对于土体这种特殊材料，其性质与传统固体材料有很大区别，因此土体的泊松比已不再具有原始定义物性参数的意义，而是一种随应力状态及加荷方式变化的变形状态参量，针对土体的泊松比研究应适应于土体的应力应变特征。

3 基于三轴试样局部变形测量的非黏性土变形特性

如果仍沿用传统的泊松比定义 $\nu_l = \partial\varepsilon_3 / \partial\varepsilon_1$ ，需要通过试验获得轴向应变-径向应变关系曲线。利用传统测量方法的三轴试验仅能测量出 ε_1 、 ε_v ，而且 ε_1 中还包含了试样端部透水石、滤纸、试样帽、加

载杆及接触变形误差， ε_v 中也含有试样端部藏水区排水的体积测量误差，由于这些误差因素的影响， ε_1 、 ε_v 的测量值要比真实值偏大，径向应变 ε_3 需要由 ε_1 和 ε_v 换算得出， $\varepsilon_3 = (\varepsilon_v - \varepsilon_1)/2$ ，而且这是在小变形条件假定下推导出来的公式，由于 ε_1 和 ε_v 的测量误差、试样端部约束的影响及变形范围限制，径向应变 ε_3 也不能反映土体真实的变形特征，由含有误差的应变计算得出的泊松比可想而知肯定是不准确的。

局部变形图像测量技术是一种非接触变形测量技术^[14-16]，可以直接测量试样中间局部高度的土体径向和轴向变形，消除了试样端部问题的影响^[17]，解决了传统测量方法中的变形测量误差问题，测量值能够真实反映土体的实际变形特征，由此变形数据计算的泊松比也更能反映土样真实的变形特性。表 1 是试验用非黏性土的控制密度和试验围压。

表 1 土的试验控制密度和围压
Table 1 Controlled densities and cell pressures

试样	控制密度 $\rho_d / (\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$	相对紧密度 D_r	围压 σ_3 / kPa
石佛寺细砂	1.536	0.3	100, 200, 300
	1.578	0.5	
	1.641	0.7	
毛莹粉土	1.40	0.41	150, 200, 250
	1.50	0.66	
	1.60	0.87	
0.4 mm 石英砂球形颗粒	1.65		150, 200, 300

在 Duncan-Chang 的 $E-\nu$ 模型中假定轴向应变-径向应变之间符合双曲线关系，进而确定初始泊松比及一些变形参数。但在研究中发现，双曲线模型并不能很好的表征土体变形的特点^[11, 18-20]，轴向应变-径向应变的关系曲线仅在初始阶段小应变时为曲线，变形到一定程度后，二者之间的线性关系就开始比较显著。试验结果如图 2 所示，除了石佛寺细砂的各组试验曲线比较接近，但和其余几组试验材料的结果一样，基本都表现为：同一密度、不同围压条件下的轴向应变-径向应变关系曲线变化规律各围压条件下仍保持基本相同，随着密度的增加，线性段的斜率逐渐变小，也就是说切线泊松比随密度增加而变大。如果给出加载过程中切线泊松比与径向应变的关系曲线，就可以更清晰的看出加载过程中的切线泊松比变化规律，如图 3 所示，从中可以更直观地得出这个结论。

在图 3 中，虽然由于轴向应变-径向应变关系曲线的不光滑导致求得的切线泊松比有较大波动，但

切线泊松比的变化规律还是清楚地反映出来了, 大变形时切线泊松比随密度不同而有所改变, 切线泊松比在加载初期(小应变变形阶段)切线泊松比比接近, 都是从 0.3 左右开始变化, 达到 0.5 时的径向变形很小, 接近破坏阶段时切线泊松比结果都超过了 0.5。

对于各种试验材料在不同密度条件下虽然只进行了 3 个围压条件下的三轴压缩试验, 但是其变形结果显示轴向应变-径向应变关系曲线变化趋势基本相同, 也就是同一密度条件下切线泊松比的变化趋势相同。在相同的成样方法和控制密度条件下, 同一种材料的颗粒排列组合结构基本类似, 虽然经历了不同围压的固结, 但是固结围压未对颗粒的组合结构造成明显的变化, 所以在不同围压条件下的试样变形规律基本保持一致, 泊松比变化规律和颗粒材料排列组合特性紧密相关。

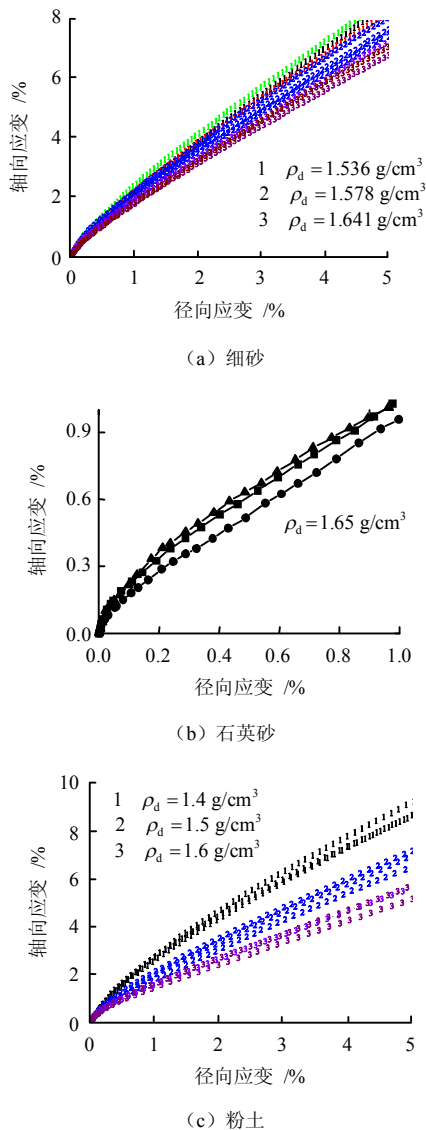


图 2 轴向应变-径向应变关系曲线
Fig.2 Curves of axial strain-radial strain

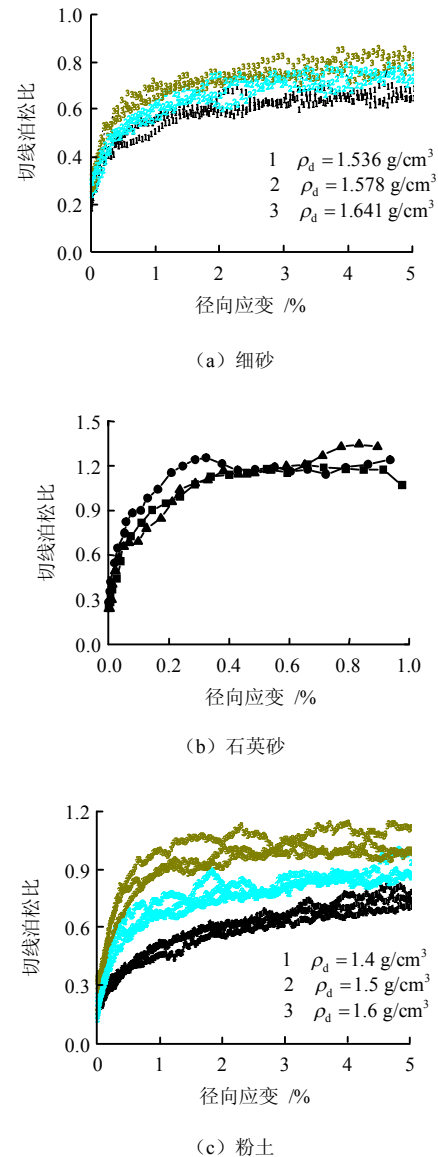


图 3 切线泊松比-径向应变关系曲线
Fig.3 Curves of Poisson's ratio-radial strain

4 泊松比随应力状态的变化

为进一步分析切线泊松比随应力状态的变化, 图 4 给出了切线泊松比-主应力比关系曲线, 横坐标选择为主应力比主要是因为切线泊松比-径向应变的关系曲线中切线泊松比在小应变时增加迅速, 数据点比较集中, 其变化趋势很难反映出来, 而且土体切线泊松比是随应力状态变化的一个变形参数, 通过切线泊松比-主应力比的关系曲线可以更清晰地分析出在加载过程中随应力状态的改变切线泊松比的变化趋势。由于加载后期荷载增幅变缓, 所以切线泊松比-主应力比关系数据点在分布上表现为前疏后密, 从图 4 中可以看出, 随主应力比的增加, 切线泊松比也随之增加, 主应力比较小, 也就是偏应力较小时, 切线泊松比的增加并不是很快, 当主

应力比增加到一定程度后切线泊松比几乎是随着主应力比线性增加，直至破坏状态，几种试样的变化规律都是如此。切线泊松比 $\nu_t = 0.5$ 对应的主应力比 $(\sigma_1/\sigma_3)_{\nu_t=0.5}$ 在 2.5~3.0 之间，当土体的主应力比超过这个范围后，切线泊松比的值要大于 0.5。

朱俊高^[21]在糯扎渡心墙坝工区粗堆石料的参数研究中，计算得出邓肯 $E-\nu$ 和 $E-B$ 两种模型在大围压条件下泊松比的取值曲线，也得出了泊松比随着围压的增大而降低，随应力水平增大而增大，且在应力水平较低时应力水平对泊松比的影响较小的结论。泊松比在工程分析计算中对变形结果的影响比较显著，因此通过大量试验研究，建立泊松比与应力状态之间的关系非常有必要。

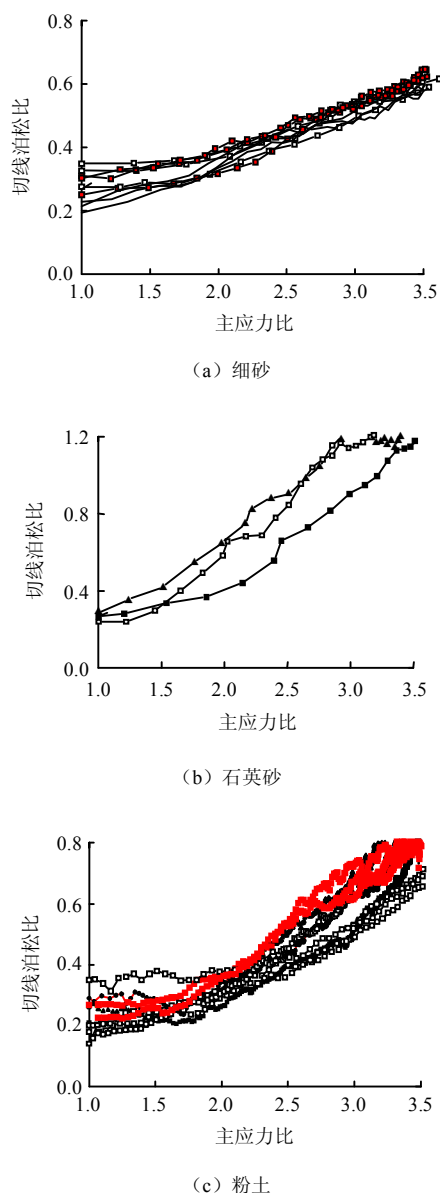


图4 切线泊松比-主应力比关系曲线

Fig.4 Curves of Poisson's ratio-principal stress ratio

由此可见，对泊松比参数的试验研究不仅要考虑试样的变形规律、试样的应力状态等因素，还应该考虑应力路径的影响，因为不同的应力路径会引起土体内部的不同应力分布规律，以及不同的物理状态。比如，在自重应力条件下完成固结的土层，内部的应力分布并不像三轴试验的剪切初时各向等压状态，如果历史上再经历了其它荷载的作用，土层中颗粒分布的状态、密度等也会发生改变。这些起始条件和加载历史的不同、土体状态的变化，最终都会影响到土体的应力应变特性和模型参数，当然也包括泊松比。

5 加卸载过程中泊松比的变化

加卸载过程是一个土体应力状态历史变化的典型例子，在加卸载试验过程中，由于经历了不同的荷载历史以及变形过程，试样内部的颗粒排列组合型式也随之重新分布，不同阶段的试样变形特性因此也体现出来了。

本文中以一组中等密度的筛析 ISO 砂（以下简称 ISO 砂，相对紧密度为 0.62，粒径范围在 0.5~1.0 mm 之间）试样三轴循环加卸载试验结果为例^[22-23]，对加卸载过程中试样的泊松比变化规律进行分析。加卸载试验的减载点分别为： $1/3P_{\max}$ 、 $2/3P_{\max}$ 、 $95\%P_{\max}$ （ $P_{\max}$ 为峰值荷载，根据三轴剪切试验得出），其中 $1/3P_{\max}$ 范围基本为试样的弹性变形范围，试样变形基本不出现体积膨胀， $1/3\sim 2/3P_{\max}$ 之间试样的变形可能由体积收缩变为体积膨胀，荷载达到 $95\%P_{\max}$ 时，试样处于较高的应力水平状态，有充分的体积膨胀产生。加卸载过程中的最小荷载值选择为 20 N，使试样有较为彻底的减载，又能满足加载装置与试样保持充分接触。限于篇幅，各组加卸载过程应力-应变试验曲线本文未给出，可参阅相关文献。

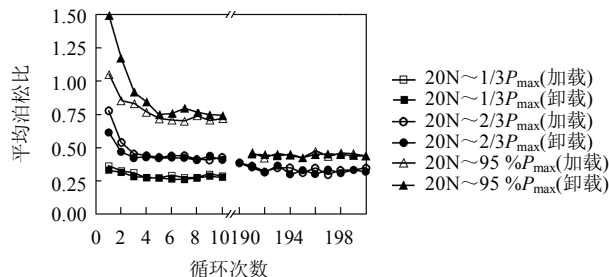


图5 不同加载条件下泊松比的变化曲线

Fig.5 Poisson's ratio curves in different conditions

如果仍沿用切线泊松比的定义，在本研究中将每一加卸载分段过程中的平均泊松比简化为

$\nu = \Delta \varepsilon_3 / \Delta \varepsilon_1$ 。在第一级循环荷载范围内, 应力-应变关系近似为线弹性, 试样的泊松比在 0.3 左右, 在有限元计算中泊松比的取值范围之内; 但在第二级和第三级循环荷载范围内初次加载时试样的泊松比都超过了 0.5, 经过多次循环加载卸载变形稳定后, 泊松比逐渐变小, 泊松比又可以恢复到 0.5 以下, 但恢复程度又受加载范围和循环次数的影响, 如图 5 所示。常规三轴试验中切线泊松比的变化也大致如此, 从初始近似线弹性阶段的小于 0.5 增大到非线性阶段的大于 0.5, 变化范围很大。

6 结 论

(1) 土体泊松比是反映土体侧向变形的重要参数, 其理论意义和实际应用价值很大, 但是目前的研究应用与模型参数的重要性不相符, 也与泊松比的定义相悖。

(2) 在相同的控制成样方法和密度条件下, 同一种材料的颗粒排列组合结构基本类似, 虽然经历了不同围压的固结, 但是固结围压未对颗粒的组合结构造成明显的变化, 所以在不同围压条件下的试样变形规律基本保持一致, 泊松比变化规律和颗粒材料排列组合特性紧密相关。

(3) 土体切线泊松比也是随应力状态变化的一个变形参数, 随主应力比的增加, 切线泊松比也随之增加。试验研究中还应考虑应力状态的影响因素, 而且建立泊松比与应力状态之间的关系非常有必要。

参 考 文 献

- [1] 崔伟群, 曾校丰. 求取泊松比的理论探讨[J]. 地学前缘, 1998, 5(4): 243—244.
- [2] TIMOSHENKO S P. History of strength of materials[M]. New York: Dover Publications, 1983.
- [3] DOMENICO N. Poisson's ratio—an interdisciplinary link? [J]. *The Leading Edge*, 1995, 14(9): 983—986.
- [4] BELL J F. The experimental foundations of solid mechanics[M]. Berlin: Springer, 1984.
- [5] LAKES R S. Foam structures with a negative Poisson's ratio[J]. *Science*, 1987, 235(4792): 1038—1040.
- [6] GERCEK H. Poisson's ratio values for rocks[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2007, (44): 1—13.
- [7] 吴世明, 陈龙珠. 饱和土的泊松比及含气量对它的影响[J]. 水利学报, 1989, (1): 37—43.
- [8] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
- [9] DUNCAN J M, CHANG C. Nonlinear analysis of stress and strain in soils[J]. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, 1970, 96(5): 1629—1653.
- [10] LAMBE T W, WHITMAN R V. Soil mechanics: SI version[M]. New York: Wiley, 1979.
- [11] 徐志伟, 殷宗泽. 粉砂侧向变形特性的真三轴试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(5): 626—629.
- [12] 朱俊高, 卢海华. 土体侧向变形性状的真三轴试验研究[J]. 河海大学学报, 1995, 23(6): 28—33.
- [13] 陆永青, 计三有, 戴诗亮, 等. 散体材料弹性参数的估计[J]. 武汉交通科技大学学报, 1997, 21(2): 178—185.
- [14] 王助贫. 三轴试验土样变形的数字图像测量方法及其应用[博士学位论文 D]. 大连: 大连理工大学, 002.
- [15] 邵龙潭, 王助贫, 刘永禄. 三轴试验土样变形的数字图像测量方法及设备[P]. 中国: ZL01 1 13831.9, 2004.
- [16] 邵龙潭, 王助贫, 刘永禄. 三轴土样局部变形的数字图像测量方法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(2): 159—163.
- [17] 王助贫, 邵龙潭. 三轴试验土样的端部约束与端部接触[J]. 岩土力学, 2003, 24(3): 363—368.
- [18] 殷宗泽, 徐志伟. 体的各向异性及近似模拟[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(5): 47—51.
- [19] 邹越强, 季益洪. 泊松比对土石坝应力水平的影响[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 1995, 18(4): 63—69.
- [20] 邵龙潭, 孙益振. 基于局部与整体变形测量的粉土泊松比试验研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(8): 1033—1038.
- [21] 朱俊高, 周建方. 邓肯 $E-v$ 模型与 $E-B$ 模型比较[J]. 水利水电科技进展, 2008, 28(1): 4—7.
- [22] 孙益振. 基于三轴试样局部变形测量的土体应力应变特性研究[博士学位论文 D]. 大连: 大连理工大学, 2006.
- [23] 孙益振, 邵龙潭. 三轴循环加卸载条件下砂性土变形特性研究[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(11): 1353—1357.